

マルチエージェントを用いた CO₂排出権オプション市場の分析

Short Review 2023年8月

投資工学研究所 主任研究員 二俣 新

1. はじめに

CO₂の排出量に応じて企業に金銭的な負担を求める「カーボンプライシング」の導入が国内で検討されており、GX リーグにおける排出量取引制度は 2023 年度から試行的に開始し、2026 年度から本格稼働を予定している。東京証券取引所においては 2023 年度にカーボン・クレジット市場を創設する。

一方、欧州では 2005 年に欧州連合域内排出量取引制度(EU-ETS)が導入され、すでに多くの経験を積んでいる。欧州証券市場監督局「Final Report - Emission allowances and associated derivatives」によれば、EU-ETS は、 CO_2 排出権のみならず、 CO_2 排出権デリバティブ取引についても、取引が拡大している。

我が国においても CO_2 排出量取引が拡大すれば、ヘッジツールとしてデリバティブ取引(先物取引、オプション取引)が重要になるであろう。

 CO_2 排出権オプション取引を分析するため、まずは CO_2 排出権取引とそのオプション取引についてマルチエージェントを用いて人工市場を構築する。人工市場の構築にあたり、遺伝的アルゴリズムを用いて、エージェントのパラメータを推計する。発注サイズ変更等のシナリオを人工市場に与え、オプション取引等への影響を分析することにより得られた有用な知見を報告する。

2. 分析方法

2.1 先行研究

ここでは、マルチエージェント、人工市場、排出権取引等に関連する先行研究を紹介する。

鯉江ら(2011)は、電力市場と CO₂排出権市場を共にモデルに組み込み、それらの関連性を考慮したモデルを構築した。川久保ら(2013)は、株式市場における原資産市場とオプション市場の相互作用についてマルチエージェントを用いてモデルを構築した。原田(2011)は、マルチエージェントを用いて大規模事業所の属性や取引所のルール等を定義し、精緻な東京都排出量取引制度モデルを構築した。大堀ら(2007)は、排出権市場の分析におけるパラメータ設定の恣意性を減らすため、遺伝的アルゴリズムによりパラメータを特定し、そのパラメータを用いた分析を行った。

CO₂ 排出権市場と CO₂ 排出権のオプション市場を共にモデルに組み込んだ人工市場を構築した先行 研究はないため、本稿においてその分析することにより、新たな知見が得られると考える。



2.2 分析手法

人工市場、エージェント、遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm、GA) の概念について説明する。 和泉(2003) 「によれば、人工市場を「計算機上に人の手によって人工的につくりだされた架空の市 場」としており、エージェントを「計算機プログラムで表現された仮想的なディーラー」としている。 それらを関連付けて、「人工市場とは、エージェントを基本単位とした、価格決定メカニズムを持つ計算 機プログラム」であると説明している。

続いて GA について説明する。 GA は生物の進化を模した最適化アルゴリズムである。 そして、基本的 な操作に、自然淘汰(エリート選択)・交叉・突然変異があり、図表1で具体的に説明する。

自然淘汰(エリート選択)は、評価値が上位の個体を遺伝子そのままに生存させ、評価値が低い個体 は淘汰させる。図表右上では、Rank 1 等の遺伝子セットをエリートとしてそのまま次世代に引き継いで いる。交叉は、遺伝子の一部を別個体と交換し新たな個体を生み出す。図表右中央では、Rank1 と Rank3 で一部遺伝子を交換し新たな個体を生み出している。突然変異は、遺伝子をランダムに設定した個体を 生み出す。図表右下のように全てランダムな遺伝子セットの個体を生み出している。

これらの基本操作を、何世代か繰り返すことにより、評価値が高い遺伝子を持つ個体が生き残る最適 化アルゴリズムである。

gene I	gene II	gene III	gene IV	gene V	Fitness	Rank
62%	32%	63%	37%	42%	21.74	34
55%	22%	58%	24%	29%	27.68	67
54%	30%	65%	31%	30%	17.03	12
59%	29%	51%	34%	32%	27.60	66
60%	22%	63%	38%	33%	19.92	26
61%	31%	56%	28%	31%	14.70	5
60%	28%	63%	38%	33%	24.53	51
55%	40%	53%	31%	33%	23.16	43
60%	37%	60%	40%	33%	24.36	49
54%	35%	57%	35%	48%	19.73	25
57%	28%	49%	25%	26%	11.74	1
61%	26%	62%	28%	26%	27.93	69
57%	35%	53%	30%	30%	23.78	47
51%	25%	59%	31%	24%	18.58	16
54%	43%	61%	43%	43%	13.34	3
58%	31%	64%	31%	36%	34.28	96
53%	34%	45%	38%	23%	29.99	79
52%	37%	52%	21%	35%	21.05	29
49%	37%	63%	24%	29%	25.59	59
62%	21%	61%	42%	37%	19.53	23
57%	25%	63%	37%	23%	19.39	22
61%	33%	72%	34%	26%	29.25	77

図表 1 GA の基本操作の例

gene I

. . .

579

51%

54%

56%

579

57%

57%

6%

74%

48%

※Rank 1 黄、Rank 2-10 橙にてハイライト

gene II gene III gene IV gene V

259

35%

43%

43%

43%

259

259

259

97%

229

24%

26%

39%

43%

41%

26%

26%

31%

269

24%

73%

3%

499

55%

5/%

エリート

交叉

49%

56%

突然変異

98%

49%

28%

31%

30%

31%

28%

28%

79%

91%

58%

(出所) 日興リサーチセンター作成

1 和泉(2003)「人工市場 市場分析の複雑系アプローチ」page8,10



本分析では、異なる属性・振る舞いをする企業の複雑な関係を表現するため、モデル表現の自由度が 高いマルチエージェントによるシミュレーション方法を採用した。また、エージェントのパラメータ設 定の恣意性を減らすため、GA によるパラメータ推定を活用した。

2.3 分析フローチャート

最初にエージェントを定める。 CO_2 排出権の人工市場を構築する上で最低限必要となる、①取引所、②排出企業、③吸収企業をエージェントとした。①取引所は、株式の取引所等で一般的な取引方法である、ザラバ方式²を採用した。②排出企業は、年間 CO_2 排出量及び CO_2 排出枠を設定し、それに見合う CO_2 排出権やオプションを購入する。③吸収企業は、年間 CO_2 吸収量を設定し、それに見合う CO_2 排出権やオプションを売却する³(詳細は巻末の参考 2 , 3 , 4)。



図表2 分析フローチャート

(出所) 日興リサーチセンター作成

図表 2 は、本分析のフローチャートである。初期設定にて、GA における世代数や遺伝子セットの個体数等、シミュレーションの前提条件を設定している(詳細は巻末の参考 5)。CO₂ 排出権価格と、そのオプション取引の価格は、 2 段階で推計することとした(詳細は巻末の参考 1)。

排出権 Spot 価格の再現は、人工市場における排出権価格の推移が、実際の EU-ETS の価格推移と比較し、どの程度再現出来ているかシミュレーションする。遺伝子セットに対し、GA の基本的な操作を行い、再度シミュレーションを繰り返す、ということを初期設定で定めた世代数回行い、Spot 価格に関する遺伝子を確定させる(GA の基本的な操作は巻末の参考 7。評価値の定義は巻末の参考 8)。

排出権オプション価格の再現では、初期設定に加え、確定した Spot 価格遺伝子も前提として、人工市場におけるオプション価格の推移が、実際の EU-ETS のオプション価格をどの程度再現しているかシミュレーションする(遺伝子の詳細は巻末の参考 6)。

最後のシミュレーションは、初期設定、Spot 価格遺伝子、オプション価格遺伝子を前提として、シミュレーションを行うものである。各種設定や前提を変更した際のオプション取引への影響を調査する。

² JPX ザラバ方式 https://www.jpx.co.jp/learning/basics/equities/04.html

³ CallOption のみ対象。PutOption は、吸収企業の買、排出企業の売りも考えられるが人工市場の簡素化のため対象外。



3. 人工市場の構築

3.1 CO₂排出権市場の構築

前章にて説明したフローチャートに沿って、 CO_2 排出権市場への参加者の構成・特性を推計した。 5世代をシミュレーションし 5世代目の最上位個体の遺伝子を推計結果とした(図表 3)。



図表3 CO₂排出権市場の推計結果

	第1世代	第2世代	第3世代	第4世代	第5世代
最上位	5.76	6.51	6.14	3, 44	3, 20
上位10個体型	² 均 8.64	8.96	8, 26	5, 24	5, 54
平均	26.84	25, 91	25, 24	22.70	19, 43

	gene	I	gene	Π	gene 🎞
ĺ	56.	0%	30.	4%	59. 1%

(出所) 日興リサーチセンター作成

遺伝子 I (gene I)は、排出企業が 56%、吸収企業が 44%と推計されたことを意味する。市場参加者として吸収企業より CO_2 排出権の需要者である排出企業の方が多くなった。実際の EU-ETS の EU-ETS

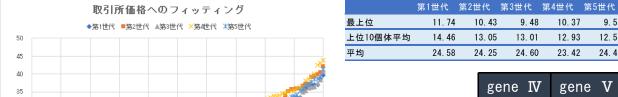
遺伝子 II (gene II) は、排出企業のうち 30.4%は市場価格を参照した取引戦略をとる企業であり、 残りの 69.6%は、市場価格を参照しない企業を意味する。また、遺伝子 III (gene III) は、吸収企業の うち 59.1%が市場価格を参照した取引戦略をとる企業であり、40.9%が市場価格を参照しない企業を 意味する。

3.2 CO₂排出権オプション市場の構築

前章にて説明したフローチャートに沿って、 CO_2 排出権デリバティブ市場への参加者の構成・特性を推計した。前項で確定した、 CO_2 排出権市場の遺伝子 I 、II 、II を所与として、 CO_2 排出権デリバティブ市場の遺伝子IV、V (gene IV、V)を推計結果とした(図表 4)。

遺伝子IVは、排出企業のうち 17.5%がオプション取引を利用することを意味する。また、遺伝子Vは 吸収企業のうち 18.6%がオプション取引を利用することを意味する。排出企業・吸収企業によらず、約 2 割の企業がオプション取引を利用し、約8割の企業がオプション取引を利用しないと推計された。 30





図表 4 CO₂ 排出権オプション市場の推計結果

gene V gene IV 17.5% 18.6%

10.37

12.93

23, 42

9.52

12. 51

24, 42

(出所) 日興リサーチセンター作成

4. シミュレーション結果

まずは、前章で構築した人工市場が、オプション市場として自然な振る舞いをするのか確認する。次 に、より複雑なシナリオを人工市場に与えて、人工市場から得られる知見を確認する。

4.1 ボラティリティの変化による人工市場の挙動

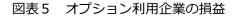
最初に、ボラティリティを変化させた場合の人工市場の挙動を確認する。ボラティリティが高くなれ ば高くなるほどオプション料も高くなるため、オプションを売却する吸収企業の損益は改善が想定され る。反対に排出企業にとっては、オプション購入のコストが大きくなり、損益は悪化が想定される。

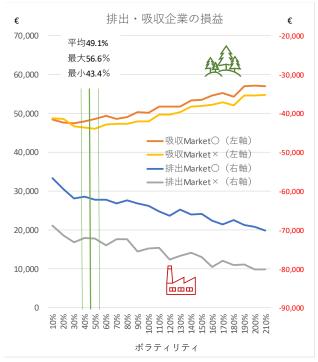
ボラティリティを変化させた場合の、オプション利用企業の損益の分析結果が、図表5となる。排出 企業について、市場価格を参照する企業、しない企業に関わらず、ボラティリティが上昇すると、損益 は悪化した。反対に、吸収企業については、市場価格を参照する企業、しない企業に関わらず、ボラテ ィリティが上昇すると、損益は改善した。

ボラティリティに対する損益の傾き(β)・相関係数(ρ)を確認すると、排出企業であれば、ボラティ リティ+1%に対して、▲5,000€程度損益が悪化した。また、相関係数は、-1 に近い水準であった。吸 収企業は、その反対の結果であった。

尚、2022/4~2023/3 までの ATM のボラティリティは、平均 49.1%、最大 56.6%であったのに対 し、非常に高い水準(210%)までシミュレーションした。







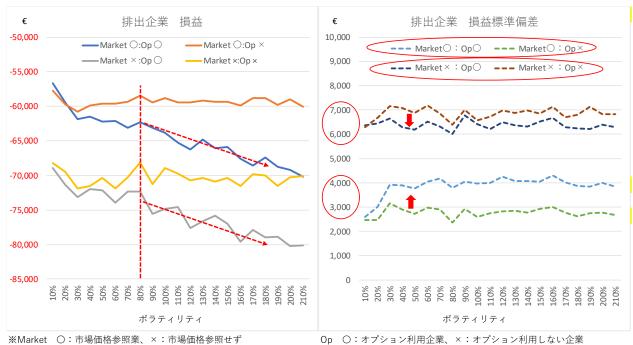
	β	ρ
排出Market○	-5,365	-0.97
排出 Market×	-4,973	-0.95
吸収 Market○	5,114	0.97
吸収 Market×	4,196	0.91

※〇:市場価格参照、×:市場価格参照せず

(出所) 日興リサーチセンター作成

次に、オプションを利用する企業としない企業を比較しつつ人工市場の挙動を確認する。

図表6 排出企業の分析結果

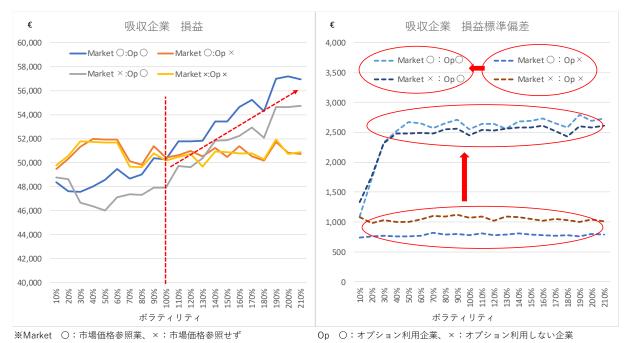


(出所) 日興リサーチセンター作成



図表6の排出企業の分析結果を確認する。オプションを利用しない企業は、ボラティリティの水準によらず損益が概ね同水準であった。それに対し、オプションを利用する企業は、ボラティリティが80%程度より高まると、損益の差が広がり悪化する傾向が顕著になった(図表6の左図の赤い点線矢印)。

損益の標準偏差(以下、リスク)は、市場価格を参照する/しないにより大きな変化があり、市場価格を参照しない企業のリスクは高かった。市場価格を参照する企業の場合にオプションを利用するとリスクが増大した。市場価格を参照しない企業の場合に、オプションを利用するとリスクが減った。



図表7 吸収企業の分析結果

(出所) 日興リサーチセンター作成

図表7の吸収企業の分析結果を確認する。オプションを利用しない企業は、ボラティリティの水準によらず、損益が概ね同水準であった。それに対し、オプションを利用する企業は、ボラティリティが100%程度より高まると損益は改善する傾向が明確に見て取れる(図表 7 の左図の赤い点線矢印)。オプションを利用するとリスクは高まるが、2,500~3,000€程度であり、排出企業のリスクよりは低い状況だった。

ボラティリティが非常に高くなると排出企業は高いオプション料を払うことになり、オプション買いはしにくい。そのため、吸収企業にとっては、非常に高いボラティリティのときはオプションの買注文と出会う可能性は低くなり、取引量が減ると考えられる。今回の結果ではその閾値は80%程度と推測される。そのため、オプション市場としてはボラティリティが80%程度4を下回ると出来高が保たれると

⁴ 各種前提の基、乱数を用いたシミュレーションにて算出した結果から判断した閾値。前提の変更等により増減が想定される。



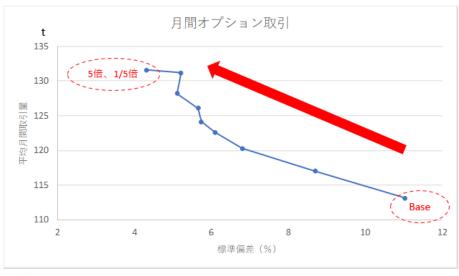
推測する。

排出企業にとっては、市場価格を参照する戦略をとることによりリスク削減が可能なので、更にオプション取引を活用するのはリスク拡大要因となる(図表6の右図の下)。しかし、市場価格を参照しない場合にはオプション取引がリスク削減要因になることが示唆される(図表6の右図の上)。

4.2 オプションの発注サイズに関する分析と結果

ここでは2種類の分析を行い、オプション取引にどの様な影響が出るのか分析した。1つめは「オプション利用企業数×発注サイズ」を一定とし、オプション利用企業数を増やす代わりに、発注サイズを減らす分析である。2つめは排出企業と吸収企業がばらばらに、発注サイズを変更した場合の分析である。

1つめの分析について説明する。構築した人工市場の状況そのままに分析した結果を Base⁵とする。 それに対して、企業数を 1.5 倍・発注サイズを 1/1.5 倍、企業数を 2.0 倍・発注サイズを 1/2.0 倍、・・・・、 企業数を 5.0 倍・発注サイズを 1/5.0 倍とする分析をした。企業数を増やす分、釣り合うように発注サイズを減らしている。 Base は、約 2 割がオプションを利用する企業であったため、企業数 5.0 倍は、 ほぼ全ての企業がオプションを利用することになる。



図表8 企業数増と発注サイズ減の影響

(出所) 日興リサーチセンター作成

図表8は、縦軸に平均月間取引量を示し、横軸に月間取引量の標準偏差を示している。縦軸で上方に 位置すると、取引量が多いということになる。横軸で、右に位置すると、毎月の取引量が多い月や少な い月があり安定しておらず、左に位置すれば、毎月の取引量の変動が少ないことを意味する。

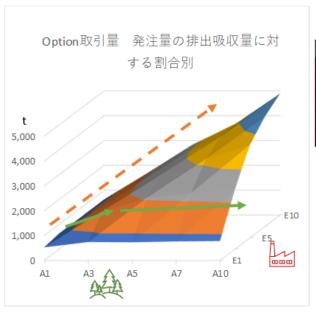
⁵ オプション利用企業数は図表4の geneIVとV、発注サイズは参考2と3の発注量を Base とした。



分析した結果は、右下に Base が示され、0.5 ずつ増加と共に、概ね左上方向に結果がプロットされる結果であり、発注サイズが減少・企業数増加が同時に発生すると、取引量は増え、毎月の取引量の変動は減った。

オプション市場にとって、1社が大きな注文を出すよりも、多くの会社が小さな注文を出す方が、取引量が増加し、取引量の安定性が増すことが分かった。

2つめの分析について説明する。構築した人工市場において、オプション取引の発注サイズは、排出企業であれば月間排出量の5割、吸収企業であれば月間吸収量の5割の発注をする(詳細は巻末の参考2,3)。この割合をそれぞれ変更する分析を行う。1,3,5,7,10割の5ケースとし、5×5の25ケースの分析を行った。尚、企業数は変更しない。



図表 9 発注サイズ変更の影響



	A1	A3	A5	A7	A10
E1	530	744	734	766	784
E3	636	1,550	2,077	2,261	2,413
E5	630	1,650	2,568	→ 3,175	3,751
E7	633	1,693	2,773	3,621	4,429
E10	636	1,712	2,824	3,686	4,889

(出所) 日興リサーチセンター作成

図表9が、分析結果である。E1 は排出企業において1割のケースで、E10 は、排出10割のケースとなり、A1 は、吸収企業において1割のケースで、A10 は、吸収企業10割のケースとなる。それぞれに応じた、オプションの取引量を示している。

左グラフを見ると、左下(A1E1)から、右上(A10E10)にかけて、排出企業・吸収企業共に発注サイズを大きくするに従い取引量は増加する。市場参加者の発注サイズが皆大きくなることを意味し、それに従い、取引量が増えるのだから、自然な結果となっている。

左グラフの緑の矢印及び右表の E3 の列を見ると、これは、排出企業は 3 割のままに、吸収企業の割合を、増やした分析になる。E3A1 から E3A3 にかけて、取引量が大きく増えるのに対し、その後、E3A3



から E3A5 や更にその先になると、取引量の増加が鈍化した。排出企業や吸収企業のどちらか一方のみの発注サイズが大きくなっても、取引量は増加しなかった。

右表の E5A5 から E5A7 と E7A5 への変化を見ると、E5A7 の方が取引量は増加した。人工市場の市場参加者は、排出企業の方が多く吸収企業の方が少なく、またオプション利用はほぼ同程度である(図表3 gene I、図表4)。排出企業よりも吸収企業(オプションの売り手)の発注サイズの増加の方が、オプション市場の取引量増加に寄与することが分かった。

5. おわりに

本稿では、マルチエージェントを用いて排出企業・吸収企業と取引所を定め、CO₂ 排出権取引及び、 そのオプション取引の人工市場を構築し、その人工市場に対し様々なシナリオを与えて、オプション取 引等へどのような影響が発生するのかシミュレーションによって確認した。

その結果、以下の知見が得られた。

- ・排出企業の損益のリスクは、市場価格を参照した取引をする企業の方が低い
- ・吸収企業の損益のリスクは、オプションを利用(売り)すると高まる
- ・オプション市場は、ボラティリティが80%程度を下回ると取引量が保たれる
- ・排出企業よりも吸収企業のオプション取引の発注サイズ拡大の方が取引量増加に寄与する
- ・オプションの発注サイズの縮小と同程度、オプションの利用企業数が増加するなら、 取引量が増加しかつ取引量の変動が小さくなる

実際の市場においては、排出企業・吸収企業以外に取引を取り次ぐ金融機関等が存在し、また、排出 企業にとって排出枠は所与ではなく入札等により設定され、更にオプション取引について、プットオプ ションも取引されている。それらを考慮した、より実際の市場に近い人工市場での分析は今後の課題と したい。

新たな市場や取引ルールを構築ないしそれらに関与する際、人工市場を用いてシミュレーションすることにより、排出量取引制度に参加する排出企業・吸収企業、インフラを提供する取引所等にとって、有益な情報を得られる可能性がある。今後、我が国においても、排出量取引制度が開始され、排出量取引の本格稼働に向け制度設計等の具体化が想定されるため、取引制度・取引市場の動向を引き続き注視したい。



参考1 CO₂排出権とオプションの2段階推計

- \cdot CO2 排出権の Spot 取引及び、先物取引(Future)の取引量は、オプション取引と比較し非常に多いため、オプション取引が、Spot 取引や先物取引へ与える影響は小さいと考えられる
- ・オプション取引は出来高が0の日があるため、出来高がある日のみを対象として、オプション取引の取引量とSpot取引の取引量の関係を確認した。双方の取引量の関係は低く、別々に推計するモデリングで問題ないと考える

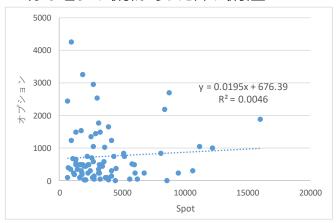
<取引量>

	取引量	倍数 (= a / b)
Spot a	778,468	15.7
先物(※) a	2,213,787	44.8
オプション b	49,427	1.0

※オプションの原資産に限定した先物

※対象期間: EU-ETSにおける2022/4~2023/3

<オプションの取引があった日の取引量>



(出所) 日興リサーチセンター作成

参考2 排出企業の定義

作即批儿 具	N(500,200^2/12)					
年間排出量	N(500,200^2/12)					
排出枠	N(150,100^2,	/12)				
排出権の購入戦略	〇戦略 A(市場参照せず),B(市場参照)					
	排出量	発注量※	戦略 A	戦略 B		
	枠超	枠不足分	60*枠超過率	直近価格*枠超過率		
		+枠2割				
	枠8割超	枠2割	N(57.5,5^2/12)	N(平均 価格 +		
				2.5,5^2/12)		
	それ以内	枠2割	N(52.5,5^2/12)	N(平均価格-		
				2.5,10^2/12)		
	※但し、CallOption 保有分は、発注量を減らす					
CallOption の購入戦略	C.利用する(対	象:期近の12	2月満期、行使価格 A	TM)		
※下線はシナリオ分析に	発注量:月間排出量の <u>5 割</u> 、価格:N(<u>60%</u> ,20%^2/12)					
おいて変化させる	D.利用しない					
損益	排出権の購入代金、3月末に不足した場合はペナルティを含む Option					
	購入代金、行使	時の支払額				

※Ν (μ、σ^2) は、平均μ、標準偏差σの正規乱数



参考3 吸収企業の定義

年間吸収量	-N(350,100^2/12)				
排出権の売却戦略	〇戦略 A(市場参照せず),B(市場参照)				
	排出権残	発注量※	戦略 A	戦略 B	
	年間吸収量の	全部売る	N(45,5^2/12)	N(直近価格-	
	半分以上			0.25,5^2/12)	
	そうでなけれ	全部売る	N(55,10^2/12)	N(平均価格-	
	ば			0.25,5^2/12)	
	※但し、 CallOption 売却分は、発注量を減らす				
CallOption の売却戦略	C.利用する(対象:期近の 12 月満期、行使価格 ATM)				
※下線はシナリオ分析に	発注量:月間吸収量の <u>5 割</u> 、価格: N(<u>55%</u> ,20%^2/12)				
おいて変化させる	D.利用しない				
損益	排出権の売却代金、	Option 売却代	金、行使される場合、	振り込まれる金	
	額				

参考4 取引所における取引手法

排出権取引手法	ザラバ(Spot)
CallOption 取引手法	ザラバ(Vol で取引、ATM のみ)

参考5 シミュレーションの条件

取引回数	月 1 回、2 年間(24 カ月)
取引順序	吸収・排出企業はランダムに注文を出す
	排出権の次に、オプションの注文を出す
GA 世代	5
遺伝子セット	100
企業数	100

参考6 遺伝子によって決定される割合

I 排出企業の割合	U[0,1)に従う乱数が同遺伝子未満であれば排出企業、以上の場合は		
	吸収企業		
Ⅱ排出企業の市場参照割合	U[0,1)に従う乱数が同遺伝子未満であれば市場参照する取引戦略、		
Ⅲ吸収企業の市場参照割合	以上の場合は、市場参照せず		
IV排出企業の Option 利用割合	U[0,1) に従う乱数が同遺伝子未満であれば Option 取引を利用す		
V 吸収企業の Option 利用割合	る、以上の場合は、Option 取引はしない		

※U[x、y)は、x以上y未満の値をとる一様乱数



参考7 GA の基本操作

基本操作	CO₂排出権(IIⅢ)	CO₂排出権デリバティブ(IV V)
エリート選択	上位 10 位の個体をそのまま残す	上位 10 位の個体をそのまま残す
交叉①	最上位と 2~9 位の 1 遺伝子のみ交換	最上位と 2~9 位の遺伝子を加重平均
		(1:3、2:2、3:1)
交叉②	上位 10 位から 2 個体ランダムに選定	上位 10 位から 2 個体ランダムに選定
	し遺伝子の平均値をとる	し遺伝子の平均値をとる
突然変異	U[0,1) の乱数を設定	U[0,1) の乱数を設定

参考8 評価値(ロス関数)の定義

- > 考え方の説明
 - ・2022/4~2023/3 の EU ETS 価格とシミュレーション価格のモーメントの誤差より定義
 - ・1~4 次のモーメントの誤差をロスとして定義
 - ・誤差の発散を抑制するためシグモイド関数を用いて、誤差を 0~1 の範囲で表現
 - ・低次元のモーメントのウェイトを高く表現し 1~4 次のモーメントの誤差を一括で表現
 - ・0~100 となるよう変換

$$Loss\ Function := \left\{ \sum\nolimits_{n=1}^{4} (4-n+1) Sigmoid \left(\left| \frac{moment_{x}(n)}{moment_{m}(n)} - 1 \right| \right) / 2.5 - 2 \right\} \times 50$$

$$Sigmoid(x) := \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

$$moment(1) = \mu := \frac{1}{n} \sum x$$

$$moment(2) = \sigma := \sqrt{\frac{1}{(n-1)}} \sum_{i=1}^{n} (x - \mu)^2$$

$$moment(3) = skew: = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^3$$

$$moment(4) = kurt := \left\{ \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \sum_{n=0}^{\infty} {x-\mu \choose \sigma}^4 \right\} - \frac{3(n+1)^2}{(n-2)(n-3)}$$

 $moment_x \cdots$ シミュレーションデータを元としたモーメント $moment_m \cdots$ 観測されたマーケットデータを元としたモーメント



参考文献

- 和泉潔(2003). 相互作用化学シリーズ 人工市場 市場分析の複雑系アプローチ,森北出版
- 高安美佐子、和泉潔、山田健太、水田孝信(2020). マルチエージェントによる金融市場のシミュレーション,コロナ社
- 大堀正人、倉橋節也(2007). 逆シミュレーション手法による排出権取引市場分析 https://www.jstage.jst.go.jp/article/pjsai/JSAI07/0/JSAI07_1C24/_pdf/-char/ja
- 原田考太(2011). マルチエージェント・シミュレーションを用いた東京都排出量取引制度の研究 https://repository.dl.itc.u-tokyo.ac.jp/record/3830/files/K-02819.pdf
- 鯉江康弘、山本博巳、山地憲治(2011). マルチエージェント手法による CO₂ 排出権市場の分析 https://www.jstage.jst.go.jp/article/jjser/32/2/32_1/_pdf
- 川久保佐記、和泉潔、吉村忍(2013). 原資産市場オプション市場の相互作用を考慮したマルチエージェントシミュレーションモデルの構築
 - https://sigfin.org/index.php?plugin=attach&refer=SIG-FIN-010-05&openfile=SIG-FIN-010-05.pdf
- 二俣新(2022). CO2排出権のデリバティブ取引の動向

https://www.nikko-research.co.jp/wp-content/uploads/2022/12/sr_202212_iit01.pdf

(END)