

*** 論 文 ***

東日本大震災によるリスクの変化

～漸近展開による VaR 計算とその影響～

投資工学研究所 小又 雄一郎

要 約

本稿では、東日本大震災が金融市場に与えた影響について、特に日本市場（株式、債券）に着目し、株式、債券それぞれの金融資産の VaR (Value at Risk) を、震災発生日を含む期間、含まない期間に分けて計算することによって、その具体的な影響度を見ていく。ただし、実際の各金融資産（指数）のリターン分布は必ずしも正規分布であるとは限らないことから、各資産のリターン分布の歪度、尖度を具体的に計算し、分布関数の漸近展開（エッジワース展開、グラム・シャリエ展開）を応用することによって、正規分布からの歪みを考慮した。

その結果、当然ながら震災を含む期間で VaR の上昇も観測されたが、いくつかの業種指数等においては、震災発生前において分布の歪みに由来して VaR が過小評価されている可能性があることがわかった。したがって、特定の観測期間の数字で単純に結論付けることは難しいものの、平常時より、リターン分布の歪み、その影響による過小評価幅がどの程度なのかを把握しておくことが大切であるともいえよう。

目次

1. はじめに
2. 着目するリスク指標： VaR と信頼係数
3. 歪度、尖度がゼロでない分布における信頼係数の計算方法について
 - 3.1 歪度、尖度
 - 3.2 グラム・シャリエ展開の利用
 - 3.3 歪度、尖度を持つ分布の99%点の算出
4. 分析期間について
5. 分析結果
 - 5.1 日本株式の分析結果
 - 5.2 国内金利市場への影響
 - 5.3 その他、グローバル市場、為替・商品市場の分析結果
6. 考察：この分析は何を意味するのか
7. まとめ

1. はじめに

3月11日に発生した東日本大震災は、東北地方を中心に甚大な被害をもたらした。今現在も復旧作業がままならない状況が続いており、さらには福島第一原子力発電所の問題なども絡み、復興には莫大な費用と時間がかかるものと推測されている。当然のことながらこの震災は日本経済に大きな影響を及ぼした。震災からしばらく続いた計画停電、そしてこの夏の節電対策など、いまでもこの震災による影響は続いている。

そして金融市場にも影響を与えている。この金融市場への影響を具体的な計量データで見積もる方法はいくつも考えられるが、本稿では、震災前後の株式、金利、為替、商品市場のリターン分布の変化によってその影響を見積もることとする。

一般的にこうしたリターン分布は、数学的な取扱いがシンプルかつ解析的に議論しやすくするために「正規分布」を利用する。ところが実際の分布は、周知の通り正規分布に従っていないと思われる状況がしばしば観察される。このことは、リスク・ファクターの高次モーメント、例えば、歪度、尖度を計算することで容易に確認することができる。直感的には、震災後分布が大きく歪み、高次のモーメントの影響が顕著になったと

予想されるが、実際に計算してみると、震災前においても無視できない高次のモーメントが存在する。

少なくとも震災後にボラティリティが上昇したことは事実であるが、これによるリスク値上昇はその資産のリターン分布が正規分布から歪んでいたために十分予期された水準であった可能性もある。このことを確かめるためにも、震災前後に関わらずリターン分布の歪みを考慮したリスク値の計算には十分意義があると言える。

分布の歪みを評価するには、実は、任意の確率分布関数を、正規分布を中心にその分布のキュムラントを用いて理論的に級数展開することができることが知られている。こうした級数展開の代表例が、エッジワース展開、グラム・シャリエ展開と呼ばれるものである。本稿ではこの級数展開に着目し、はじめに4次のキュムラントまでを使用するグラム・シャリエ展開式を用いてリスク・ファクターの歪度、尖度をその式に代入することで、ゼロでない歪度、尖度を持つ分布の近似式を具体的に導出する。続いて、数値積分法を利用して、その分布の99%点、歪度、尖度を持つ分布の信頼係数を算出する。

上記のような展開係数の手法をリスク管理に応用する方法は、後述のセクションで詳しく解説するが、この分布が持つ歪度、尖度をあらかじめ把握しておくことにより、震災等のショック後であっても、あらかじめある程度のファットテールを考慮したリスク値を見積もることが可能となり、過度にリスク上昇にとらわれることなく、適切な行動ができる可能性が広がると考えられる。

本稿ではまず、どのようなリスク量を見ていくのか、そして分布の歪みを数学的にどのように評価していくのか、そしてこの評価方法を利用して実際に金融市場が震災前後においてどのように変化したのか、そして最後にこれらの分析の意義を考察していく。

2. 着目するリスク指標： VaR と信頼係数

ここでは、指標としてなぜ VaR（分布の 99%点）を見るのかを解説する。

広く一般的に利用されているリスク指標として、分散共分散法による VaR（Value at Risk、以下、VaR とする）がある。この VaR は、確率分布の 99%点×標準偏差で定義されることが多い。確率分布を正規分布とすると、VaR は -2.326 ×標準偏差となる。この 99%点、正規分布で言うところの -2.326 を信頼係数と呼ぶこともある。以下、この数値のことを信頼係数と呼ぶことにする。

震災前後の影響は、様々な方法で計量化することができるが、単純にリスク量の変化を見るにはやはり VaR が直感的にわかりやすい。特に信頼係数が震災前後でどのように変化したのかに着目するだけでその変化を直感的に理解することができるため、非常に便利な指標といえよう。従って以下では VaR そのものあるいは収益率分布の信頼係数の変化に着目して分析することにする。

当然のことながらこの信頼係数は、確率分布が正規分布でないと -2.326 から乖離する。例えば、正規分布は 3 次以上のモーメントが 0 であるきわめてシンプルな分布であるが、3 次以上のモーメントが 0 でない場合は、そのモーメントの影響により信頼係数が増える。

VaR を議論する際によく問われるのが、その分布のファットテール問題である。ファットテール問題とは、実際の 99%点が -2.326 よりも小さくなる、つまり確率分布が正規分布であると仮定していたために、実際の 99%点を過小評価してしまっているという問題である。以下で示す通り、ヒストリカル・データからの分析では各指数の収益率分布は、震災前、震災後を問わず、歪度、尖度がゼロではないので明らかに正規分布ではない。

3. 歪度、尖度がゼロでない分布における信頼係数の計算方法について

ここでは、確率分布が分散（標準偏差）以外に歪度、尖度を持つ場合の信頼係数をどのように算出するのかについて解説する。

任意の確率分布関数は、正規分布を中心にその分布のキュムラントを用いて理論的に級数展開することができることが知られている。こうした級数展開の代表例が、エッジワース展開、グラム・シャリエ展開と呼ばれるものである。ここではこの級数展開に着目し、はじめに4次のキュムラントまでを使用するグラム・シャリエ展開式を用いる。リスク・ファクターの歪度、尖度をその式に代入することで、ゼロでない歪度、尖度を持つ分布の近似式を具体的に導出し、続いて数値積分法を利用してその分布の99%点、歪度、尖度を持つ分布の信頼係数を算出する。

3. 1 歪度、尖度

歪度、尖度は、以下の式によって与えられる。

歪度：

$$\frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)^3$$

尖度：

$$\left\{ \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \sum \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)^4 \right\} - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}$$

これらの定義式より、歪度がマイナスの場合、尖度がプラスの場合には、分布のマイナス側のテールが正規分布のテールよりも上方にシフトすることが確認できる。そのため、分布の99%点が正規分布から求めた99%点よりも小さくなるのである。つまり、歪度、尖度がゼロでないにもかかわらず、信頼係数として正規分布の99%点2.326を用いて計算してしまうと、VaRを過少に見積もっていることになる。

ゆえに、この過小評価の影響、より具体的には、正規分布の99%点とリスク・ファクターの分布の99%点との差がどの程度なのかを把握することが重要になる。

3. 2 グラム・シャリエ展開の利用

ここでは、前項で問題として掲げた歪度、尖度がゼロでない場合の分布における信頼

係数（99%点）について、分布関数の漸近展開理論を応用することにより、近似的に計算する手法について説明する。

【グラム・シャリエ展開】

エッジワース展開やグラム・シャリエ展開（以下、GC展開。）では、対象となる確率変数の密度関数を特定の関数を用いて展開する。グラム・シャリエ展開は、エッジワース展開に含まれる指数関数をさらに展開し並び替えたものであり、密度関数をエルミート多項式 $H_n(x)$ で直交展開したものであると解釈することができる。

左の式（1行目）はグラム・シャリエ展開の式、2行目は同展開式を4次まで展開し、正規分布とのずれを歪度、尖度を用いて表現した式となっている。今回は、近似式の精度という点においては不十分であるが、この4次まで展開した式を使用することにする。

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{g_k}{\sqrt{c_2}} H_k \left(\frac{x-c_1}{\sqrt{c_2}} \right) \cdot \phi \left(\frac{x-c_1}{\sqrt{c_2}} \right), H_n(x) = (-1)^n \phi(x)^{-1} \left(\frac{d}{dx} \right)^n \phi(x), H_0(x) = 1,$$

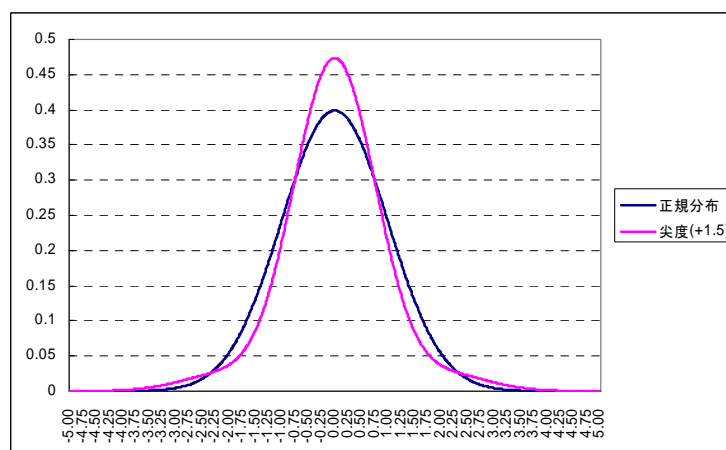
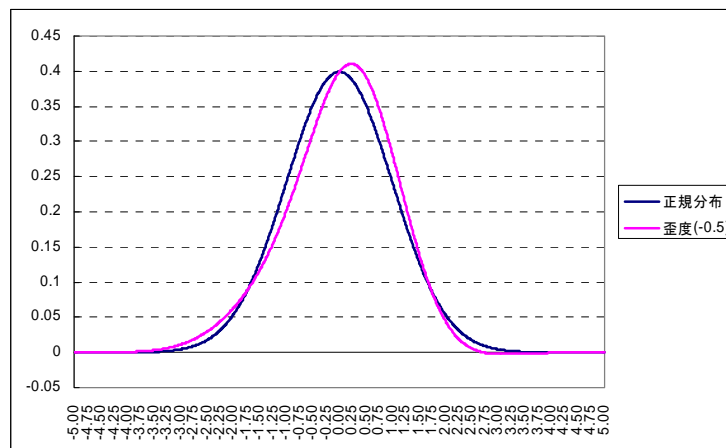
$$f(x) \cong \frac{1}{\sqrt{c_2}} \left[1 + \frac{skew}{3!} \left\{ \left(\frac{x-c_1}{\sqrt{c_2}} \right)^3 - 3 \left(\frac{x-c_1}{\sqrt{c_2}} \right) \right\} + \frac{kurt}{4!} \left\{ \left(\frac{x-c_1}{\sqrt{c_2}} \right)^4 - 6 \left(\frac{x-c_1}{\sqrt{c_2}} \right)^2 + 3 \right\} + \dots \right] \cdot \phi \left(\frac{x-c_1}{\sqrt{c_2}} \right)$$

【区分求積法による99%点の算出】

ヒストリカル・データを用いてリスク・ファクターの分布の平均、分散、歪度、尖度を算出することができる。これらを利用して、4次までのグラム・シャリエ展開式に代入することにより確率密度関数の近似式が決まる。この密度関数を $-\infty$ から積分し、累積密度が99%となる x の値が99%点である。確率密度関数の積分を解析的に行うことは困難なため、ここでは区分求積法を利用して99%点を求めることにした。

なお、図表1の上図は、歪度：-0.5、尖度：0.0、図表1の下図は、歪度：0.0、尖度：1.5を上記確率密度展開式に代入してプロットした図である。正規分布と比較すると、マイナス領域の形状がファットテールになっていることが確認できる。

図表1 歪度、尖度を与えたときのグラム・シャリエ展開による確率密度関数の形状

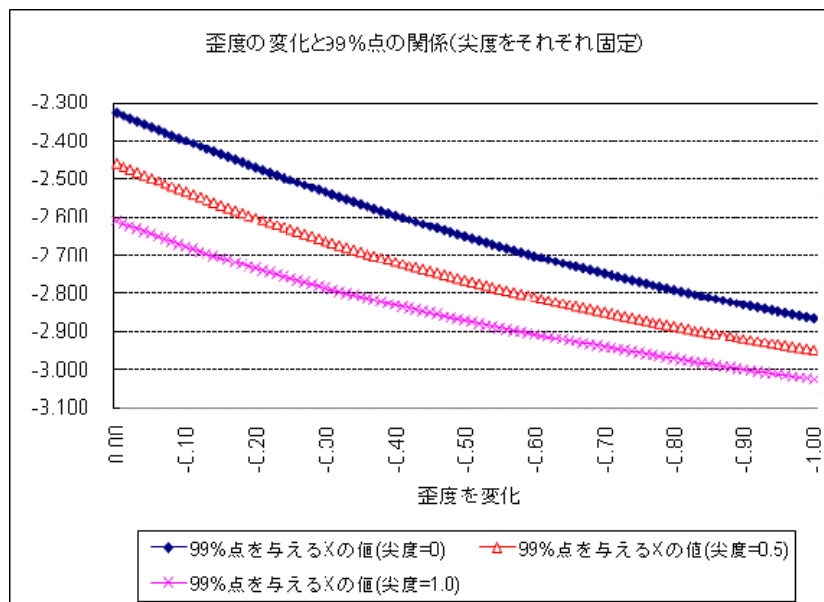


出所：NFI 作成

3. 3 歪度、尖度を持つ分布の99%点の算出

前述の方法に従い、歪度、尖度を持つ分布の99%点を算出した。図表2は、尖度を固定（3種類）し、横軸の歪度をマイナス方向に変化させた場合の99%点の推移をプロットした図である。

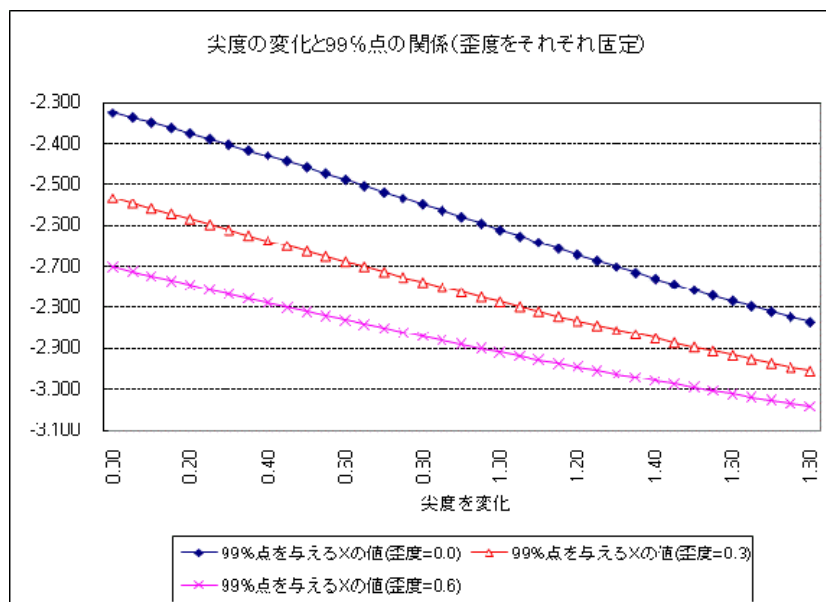
図表2 GC展開による累積確率密度関数、歪度を変化させた場合の99%点（尖度を固定）



出所：NFI 作成

次に図表3は、歪度を固定（3種類）し、横軸の尖度をプラス方向に変化させた場合の99%点の推移をプロットした図である。

図表3 GC展開による累積確率密度関数、尖度を変化させた場合の99%点（歪度を固定）



出所：NFI 作成

歪度がマイナスになるにつれて、あるいは尖度がプラスになるにつれて、分布の99%点は、-2.326付近から-3.0付近へと小さくなっていくことを確認することができる。

4. 分析期間について

各金融データの震災前後の統計量（分散、歪度、尖度など）は、以下のような期間について算出した。

- 震災発生日含まず：2010年3月4日～2011年3月10日（250営業日）
- 震災発生日含む：2010年6月24日～2011年6月30日（250営業日）

5. 分析結果

5.1 日本株式の分析結果

前セクションのグラム・シャリエ展開を利用して具体的にリスク値（グラム・シャリエ展開により計算した VaR（以下 GCVaR））について議論していく。はじめに、リスク指標という視点で、日本株式市場における震災前後の影響をしてみる。

図表4は、震災発生日を含む・含まない期間における VaR（年率）の変化をまとめたものである。

図表4 東証株式市場における震災前後の VaR の変化

	震災日含まず VaR	震災日含む VaR	VaR 変化
TOPIX	-2.59%	-3.16%	-0.64%
東証 水産・農林業	-2.28%	-3.30%	-1.02%
東証 鉱業	-4.43%	-5.18%	-0.76%
東証 建設業	-2.74%	-3.44%	-0.70%
東証 食料品	-2.19%	-3.07%	-0.88%
東証 繊維製品	-3.00%	-3.88%	-0.98%
東証 パルプ・紙	-2.68%	-3.60%	-0.92%
東証 化学	-2.80%	-3.58%	-0.78%
東証 医薬品	-1.82%	-2.14%	-0.32%
東証 石油・石炭製品	-4.13%	-4.57%	-0.43%
東証 ゴム製品	-3.44%	-3.82%	-0.38%
東証 ガラス・土石製品	-3.90%	-4.00%	-0.19%
東証 鉄鋼	-3.59%	-4.23%	-0.64%
東証 非鉄金属	-3.55%	-4.30%	-0.75%
東証 金属製品	-2.72%	-3.35%	-0.63%
東証 機械	-3.38%	-3.72%	-0.34%
東証 電気機器	-3.32%	-3.59%	-0.27%
東証 輸送用機器	-3.17%	-3.58%	-0.50%
東証 精密機器	-3.48%	-3.87%	-0.39%
東証 その他製品	-3.49%	-3.50%	-0.10%
東証 電気・ガス業	-1.78%	-4.40%	-2.53%
東証 陸運業	-2.06%	-2.83%	-0.77%
東証 海運業	-3.96%	-3.95%	+0.10%
東証 空運業	-3.50%	-3.85%	-0.35%
東証 倉庫・運輸関連業	-2.76%	-3.37%	-0.70%
東証 情報・通信業	-2.15%	-3.15%	-1.00%
東証 卸売業	-3.18%	-3.62%	-0.45%
東証 小売業	-2.26%	-3.22%	-0.95%
東証 銀行業	-3.10%	-3.79%	-0.70%
東証 証券・商品先物取引業	-4.16%	-4.95%	-0.78%
東証 保険業	-3.69%	-4.08%	-0.38%
東証 その他金融業	-4.36%	-4.60%	-0.24%
東証 不動産業	-3.83%	-4.52%	-0.70%
東証 サービス業	-1.97%	-2.73%	-0.76%

出所：FactSet のデータを用いて NFI 作成

上記の表より、震災発生日を含む期間のリスクは急上昇していることがわかる。電気・ガス業において VaR レベルで見ると、-2.53%以上も VaR が下落(マイナス幅の上昇)となっている。従って、いわゆる正規分布を仮定した VaR でリスク管理等を行っている場合には、大きな痛手を受けたことは想像に難くない。

次に分布の歪度、尖度について見ていく。結果は図表5の通りとなる。

図表5 東証株式市場における各業種インデックスの歪度、尖度

	震災日含まず 歪度	震災日含まず 尖度	震災日含む 歪度	震災日含む 尖度
TOPIX	-0.32	0.07	-1.41	14.24
東証 水産・農林業	-0.22	1.57	-3.55	30.79
東証 鉱業	-0.52	1.87	-0.03	2.36
東証 建設業	-0.20	0.34	-0.84	16.72
東証 食料品	-0.13	0.49	-1.69	27.35
東証 繊維製品	-0.30	0.84	-0.73	19.02
東証 パルプ・紙	-0.09	0.62	-2.19	20.53
東証 化学	-0.32	-0.23	-1.20	14.66
東証 医薬品	-0.64	0.95	-2.80	22.68
東証 石油・石炭製品	0.68	3.21	-0.81	9.62
東証 ゴム製品	0.33	0.13	0.06	3.19
東証 ガラス・土石製品	-0.20	-0.07	-0.30	5.40
東証 鉄鋼	0.18	0.72	-0.83	13.49
東証 非鉄金属	-0.02	-0.38	-1.31	11.72
東証 金属製品	-0.21	-0.03	-0.99	14.64
東証 機械	-0.16	0.06	-0.41	6.27
東証 電気機器	-0.24	0.30	-0.85	7.50
東証 輸送用機器	-0.01	0.04	-0.48	4.69
東証 精密機器	-0.02	0.16	-0.94	11.99
東証 その他製品	-0.70	2.36	-0.85	5.55
東証 電気・ガス業	-0.30	2.74	-2.31	21.03
東証 陸運業	-0.39	0.47	-2.24	20.50
東証 海運業	0.05	0.43	-0.72	5.88
東証 空運業	0.07	1.35	-0.73	9.49
東証 倉庫・運輸関連業	-0.08	0.81	-2.77	27.85
東証 情報・通信業	-0.34	0.17	-0.72	21.56
東証 卸売業	0.03	0.49	-0.32	8.43
東証 小売業	-0.43	0.51	-2.96	32.41
東証 銀行業	0.10	0.62	-0.60	7.04
東証 証券・商品先物取引業	0.17	0.45	-0.28	5.29
東証 保険業	0.06	0.63	-1.21	10.88
東証 その他金融業	0.12	0.21	-0.67	5.57
東証 不動産業	0.03	0.27	-0.89	11.45
東証 サービス業	-0.40	0.04	-2.45	20.43

出所：FactSet のデータを用いて NFI 作成

さらに、図表5の歪度、尖度を利用して、分布の歪みを考慮した99%点を、漸近展開理論（GC 展開）による方法で計算してみる。結果は図表6の通りとなる。

図表6 東証株式市場におけるGC展開を利用して計算した99%点

	震災日含まず GC99%点	震災日含む GC99%点	GC99%点 変化
TOPIX	-2.57	-3.75	-1.18
東証 水産・農林業	-2.88	-4.01	-1.13
東証 鉱業	-3.03	-2.97	0.06
東証 建設業	-2.56	-3.78	-1.23
東証 食料品	-2.55	-3.95	-1.40
東証 繊維製品	-2.75	-3.82	-1.07
東証 パルプ・紙	-2.56	-3.87	-1.31
東証 化学	-2.49	-3.75	-1.26
東証 医薬品	-2.91	-3.91	-1.00
東証 石油・石炭製品	-2.85	-3.60	-0.75
東証 ゴム製品	-2.11	-3.08	-0.97
東証 ガラス・土石製品	-2.45	-3.36	-0.91
東証 鉄鋼	-2.37	-3.71	-1.34
東証 非鉄金属	-2.26	-3.68	-1.42
東証 金属製品	-2.47	-3.74	-1.27
東証 機械	-2.46	-3.42	-0.97
東証 電気機器	-2.57	-3.52	-0.95
東証 輸送用機器	-2.34	-3.33	-0.98
東証 精密機器	-2.38	-3.68	-1.30
東証 その他製品	-3.14	-3.42	-0.28
東証 電気・ガス業	-3.10	-3.88	-0.78
東証 陸運業	-2.71	-3.87	-1.17
東証 海運業	-2.40	-3.43	-1.03
東証 空運業	-2.67	-3.59	-0.92
東証 倉庫・運輸関連業	-2.61	-3.97	-1.36
東証 情報・通信業	-2.60	-3.86	-1.26
東証 卸売業	-2.43	-3.53	-1.10
東証 小売業	-2.74	-4.01	-1.28
東証 銀行業	-2.41	-3.48	-1.07
東証 証券・商品先物取引業	-2.30	-3.35	-1.04
東証 保険業	-2.45	-3.65	-1.21
東証 その他金融業	-2.29	-3.41	-1.12
東証 不動産業	-2.37	-3.66	-1.29
東証 サービス業	-2.60	-3.88	-1.27

出所：FactSet のデータを用いて NFI 作成

図表6 からまず気がつく点は、以下の通りである。

- 多くの業種において、予想通り分布が正規分布よりも乖離している。(正規分布であれば-2.326)

- 大半の業種で-2.326を超えている。
- 震災後99%点がさらに低下、つまりVaRレベルで見るとリスクが上昇している。

また、電気・ガス業に着目すると、さらに興味深い点を確認される。

- 電気・ガス業は、震災前であっても、GC展開で計算した99%点が-3.10と他の業種と比較して非常に低い。
- 電気・ガス業は、GC展開で計算した99%点の震災前後の変化は、他の業種よりも相対的に低い。

より具体的なイメージを掴むために、以下ではこのGC展開より計算した99%を用いたVaRの変化を見る。ただし、ここでは純粋に分布の歪みによる影響だけに注目したいことから、標準偏差は「震災前」のものを使用する。

図表7 東証株式市場におけるGC展開を利用して計算したVaR

	震災日含まず GCVaR	震災日含む GCVaR	GCVaR 変化
TOPIX	-2.77%	-4.04%	-1.27%
東証 水産・農林業	-2.82%	-3.92%	-1.10%
東証 鉱業	-5.77%	-5.65%	+0.12%
東証 建設業	-3.10%	-4.45%	-1.44%
東証 食料品	-2.50%	-3.72%	-1.40%
東証 繊維製品	-3.43%	-4.77%	-1.34%
東証 パルプ・紙	-2.95%	-4.46%	-1.60%
東証 化学	-3.00%	-4.60%	-1.60%
東証 医薬品	-2.28%	-3.06%	-0.78%
東証 石油・石炭製品	-5.07%	-6.39%	-1.32%
東証 ゴム製品	-3.12%	-4.55%	-1.43%
東証 ガラス・土石製品	-4.10%	-5.50%	-1.49%
東証 鉄鋼	-3.66%	-5.73%	-2.07%
東証 非鉄金属	-3.45%	-5.62%	-2.17%
東証 金属製品	-2.88%	-4.37%	-1.49%
東証 機械	-3.56%	-4.97%	-1.40%
東証 電気機器	-3.67%	-5.02%	-1.35%
東証 輸送用機器	-3.20%	-4.54%	-1.34%
東証 精密機器	-3.56%	-5.50%	-1.94%
東証 その他製品	-4.59%	-5.10%	-0.50%
東証 電気・ガス業	-2.38%	-2.98%	-0.60%
東証 陸運業	-2.40%	-3.43%	-1.03%
東証 海運業	-4.09%	-5.84%	-1.75%
東証 空運業	-4.02%	-5.40%	-1.38%
東証 倉庫・運輸関連業	-3.10%	-4.72%	-1.62%
東証 情報・通信業	-2.40%	-3.57%	-1.16%
東証 卸売業	-3.32%	-4.82%	-1.50%
東証 小売業	-2.66%	-4.00%	-1.24%
東証 銀行業	-3.30%	-4.63%	-1.42%
東証 証券・商品先物取引業	-4.12%	-5.99%	-1.87%
東証 保険業	-3.88%	-5.80%	-1.92%
東証 その他金融業	-4.28%	-6.38%	-2.10%
東証 不動産業	-3.90%	-6.02%	-2.20%
東証 サービス業	-2.20%	-3.28%	-1.08%

出所：FactSet のデータを用いて NFI 作成

図表6の数字から、すでに結果は自明であるが、震災前後における分布の歪みの変化に付随するインパクトは、電気・ガス業においては相対的に小さいことがわかる。

5. 2 国内金利市場への影響

次に、国内金利市場に関する確認する(図表 8)。

図表 8 日本債券市場、震災前における VaR、GC 展開利用による VaR とその差

	震災日含まず VaR	震災日含まず GCVaR	差
日興債券パフォーマンスインデックス 総合	-1.49%	-1.70%	-0.21%
日興債券パフォーマンスインデックス 総合(短期)	-0.12%	-0.17%	-0.05%
日興債券パフォーマンスインデックス 総合(中期)	-0.92%	-1.25%	-0.33%
日興債券パフォーマンスインデックス 総合(長期総合)	-3.03%	-3.43%	-0.40%
日興債券パフォーマンスインデックス 総合(長期)	-2.30%	-2.46%	-0.16%
日興債券パフォーマンスインデックス 総合(超長期)	-4.55%	-5.82%	-1.26%
日興債券パフォーマンスインデックス 国債	-1.60%	-1.83%	-0.23%
日興債券パフォーマンスインデックス 国債(短期)	-0.11%	-0.16%	-0.05%
日興債券パフォーマンスインデックス 国債(中期)	-0.91%	-1.24%	-0.33%
日興債券パフォーマンスインデックス 国債(長期総合)	-3.20%	-3.67%	-0.47%
日興債券パフォーマンスインデックス 国債(長期)	-2.37%	-2.51%	-0.14%
日興債券パフォーマンスインデックス 国債(超長期)	-4.56%	-5.82%	-1.26%
日興債券パフォーマンスインデックス 一般債	-1.22%	-1.43%	-0.20%
日興債券パフォーマンスインデックス 地方債	-1.50%	-1.70%	-0.20%
日興債券パフォーマンスインデックス 政保債	-1.22%	-1.45%	-0.23%
日興債券パフォーマンスインデックス 財投機関債	-1.66%	-1.96%	-0.29%
日興債券パフォーマンスインデックス RMBS	-1.57%	-1.69%	-0.11%
日興債券パフォーマンスインデックス 金融債	-0.36%	-0.51%	-0.15%
日興債券パフォーマンスインデックス 事業債	-1.04%	-1.26%	-0.22%
日興債券パフォーマンスインデックス 円建外債	-0.97%	-0.75%	0.21%

出所：FactSet のデータを用いて NFI 作成

※日次リスクを計算して月率化(20 営業日)したデータ

「日興債券パフォーマンスインデックス 円建外債」を除けば、いずれも「正規分布を仮定した場合の VaR」が「GC 展開による VaR」を上回っている。すなわち、震災前において過小評価されていることがわかる。

さらに、震災後については、図表 9 に示す。

図表9 日本債券市場、震災後における VaR、GC 展開利用による VaR とその差

	震災日含む VaR	震災日含む GCVaR	差
日興債券パフォーマンスインデックス 総合	-1.53%	-1.63%	-0.11%
日興債券パフォーマンスインデックス 総合 (短期)	-0.14%	-0.18%	-0.04%
日興債券パフォーマンスインデックス 総合 (中期)	-0.95%	-1.21%	-0.26%
日興債券パフォーマンスインデックス 総合 (長期総合)	-3.07%	-3.33%	-0.26%
日興債券パフォーマンスインデックス 総合 (長期)	-2.33%	-2.37%	-0.03%
日興債券パフォーマンスインデックス 総合 (超長期)	-4.61%	-5.74%	-1.13%
日興債券パフォーマンスインデックス 国債	-1.63%	-1.75%	-0.12%
日興債券パフォーマンスインデックス 国債 (短期)	-0.14%	-0.17%	-0.04%
日興債券パフォーマンスインデックス 国債 (中期)	-0.95%	-1.21%	-0.26%
日興債券パフォーマンスインデックス 国債 (長期総合)	-3.24%	-3.58%	-0.35%
日興債券パフォーマンスインデックス 国債 (長期)	-2.41%	-2.43%	-0.02%
日興債券パフォーマンスインデックス 国債 (超長期)	-4.62%	-5.74%	-1.13%
日興債券パフォーマンスインデックス 一般債	-1.25%	-1.37%	-0.12%
日興債券パフォーマンスインデックス 地方債	-1.53%	-1.66%	-0.13%
日興債券パフォーマンスインデックス 政保債	-1.23%	-1.44%	-0.21%
日興債券パフォーマンスインデックス 財投機関債	-1.70%	-1.91%	-0.21%
日興債券パフォーマンスインデックス RMBS	-1.60%	-1.63%	-0.03%
日興債券パフォーマンスインデックス 金融債	-0.38%	-0.50%	-0.12%
日興債券パフォーマンスインデックス 事業債	-1.10%	-1.19%	-0.09%
日興債券パフォーマンスインデックス 円建外債	-0.79%	-1.24%	-0.46%

出所：FactSet のデータを用いて NFI 作成

※日次リスクを計算して月率化 (20 営業日) したデータ

震災後は、若干の過小評価幅の改善が見られるとはいえ、依然過小評価されたままであることがわかる。

5. 3 その他、グローバル市場、為替・商品市場の分析結果

グローバル株式市場、為替・商品市場、グローバル国債市場についても同様の分析を行った (図表 10、図表 11)。日本市場と比較すると、震災前後の影響はそれほど大きくはないものの、一部指標ではリスクが過小評価 (信頼係数が -2.326 以下) となっている。

図表 10 グローバル株式市場、為替・商品市場、GC 展開利用により算出の 99%点

指数	震災日含まず GC99%点	震災日含む GC99%点	変化幅
S&P 500	-3.20	-2.90	0.30
ダウ平均	-3.21	-2.84	0.38
ナスダック総合	-3.21	-2.84	0.37
FTSE 100	-3.22	-2.54	0.69
MSCI パシフィック	-2.82	-3.54	-0.72
MSCI AC アジアパシフィック除く日本	-2.99	-3.30	-0.30
MSCI AC アジアパシフィック	-3.26	-2.52	0.74
原油 (NYM \$/バレル)	-3.24	-3.65	-0.41
天然ガス (NYM \$/btu)	-2.40	-2.65	-0.25
金 (NYM \$/トロイオンス)	-2.86	-3.26	-0.40
GS コモディティ (CME)	-3.39	-3.71	-0.32
米ドル / 日本円	-3.33	-3.30	0.03
ユーロ / 日本円	-3.80	-3.17	0.63
英ポンド / 日本円	-3.54	-3.04	0.50
豪ドル / 日本円	-3.61	-3.17	0.44
スイスフラン / 日本円	-3.78	-2.79	1.00
カナダドル / 日本円	-3.49	-2.90	0.59
ニュージーランドドル / 日本円	-3.22	-3.14	0.08
香港ドル / 日本円	-3.38	-3.29	0.09
シンガポールドル / 日本円	-3.71	-3.25	0.46
南アフリカランド / 日本円	-3.69	-3.40	0.28
日本円 / 米ドル	-3.36	-3.31	0.04
ユーロ / 米ドル	-3.42	-3.02	0.40
日本円 / ユーロ	-3.77	-2.92	0.85
米ドル / ユーロ	-3.23	-2.34	0.89

出所：FactSet のデータを用いて NFI 作成

図表 11 グローバル国債市場、GC 展開利用により算出の 99%点

指数	震災日含まず GC99%点	震災日含む GC99%点	変化幅
シティグループ世界国債 アメリカ	-2.53	-2.70	-0.17
シティグループ世界国債 カナダ	-2.51	-2.61	-0.09
シティグループ世界国債 オーストラリア	-2.40	-2.41	-0.01
シティグループ世界国債 日本	-2.68	-2.72	-0.04
シティグループ世界国債 オーストリア	-2.52	-2.28	0.24
シティグループ世界国債 ベルギー	-2.58	-2.74	-0.16
シティグループ世界国債 デンマーク	-2.44	-2.31	0.13
シティグループ世界国債 フィンランド	-2.38	-2.25	0.13
シティグループ世界国債 フランス	-2.41	-2.28	0.13
シティグループ世界国債 ドイツ	-2.52	-2.28	0.24
シティグループ世界国債 アイルランド	-1.84	-3.26	-1.42
シティグループ世界国債 イタリア	-3.47	-3.10	0.37
シティグループ世界国債 オランダ	-2.41	-2.26	0.15
シティグループ世界国債 ポルトガル	-1.85	-2.77	-0.92
シティグループ世界国債 スペイン	-1.80	-2.48	-0.68
シティグループ世界国債 スウェーデン	-2.38	-2.34	0.04
シティグループ世界国債 スイス	-2.55	-2.47	0.08
シティグループ世界国債 イギリス	-2.31	-2.28	0.03
シティグループ世界国債 ポーランド	-3.27	-3.06	0.22
シティグループ世界国債 ノルウェー	-2.87	-2.98	-0.11
シティグループ世界国債 シンガポール	-2.98	-3.14	-0.17
シティグループ世界国債 マレーシア	-3.20	-3.28	-0.08
シティグループ世界国債 メキシコ	-2.84	-2.89	-0.05

データ出所：FactSet、Citi Fixed Income Direct を用いて NFI 作成

6. 考察：この分析は何を意味するのか

最もシンプルな主張は、分布の歪みを考慮せずに正規分布と仮定してリスク管理 (VaR 算出) を行っている場合、それが過小評価されている可能性があるため、GC 展開のような具体的な手法を利用することによって、あらかじめこうした過小評価を回避できる可能性があるということである。これは、国内株式各業種や金利市場のいずれにも当てはまる傾向である。

特に、ある資産のボラティリティが平常時には低いという理由で過小評価していた場合、想定外の大きなマーケットショックが発生した際に混乱の原因となる可能性がある。

一方、電気・ガス業の例のように、「リターン分布を正規分布と仮定してリスク管理

している場合の震災後のリスク上昇値」が「リターン分布の歪みを捉えリスク管理している場合の震災後のリスク上昇値」を上回ったという結果は大変興味深い。

なぜなら、震災前からリターン分布自体が歪んでいたために潜在的なリスクが高いにも関わらず、大きなショックが発生した際に急激なボラティリティの変化だけをとらえて判断してしまうと、必要以上にリスク回避行動をとってしまう可能性があるからである。

いずれの場合においても、常日頃から分布の歪みとそれによるファットテールの状況を意識し、GC展開のような手法を利用して具体的なリスク量を十分に見積もっておき、リスクの過小評価を回避する姿勢を持つことが重要ではないだろうか。

7. まとめ

本稿では、各資産のリターン分布が歪度、尖度を持つ場合における99%点、VaRをグラム・シャリエ展開という漸近展開理論を用いて計算する方法を解説し、それを利用して、東日本大震災前後のリスク値の変化についての考察を行い、その重要性について議論した。

その結果、日本株式、日本債券市場は、震災前からすでにリターン分布が正規分布よりも歪んでおり、それらのリスクが過小評価されていることを具体的に確認することができた。また、電気・ガス業を例に挙げ、震災前においてもリターン分布自体が歪んでいたために潜在的なリスクが高かったにも関わらず、急激なボラティリティの変化のみでリスクを評価すると、必要以上にリスク回避行動をとってしまう可能性も起こりうることを指摘した。

当然のことながら、本分析に関しては、課題がいくつか存在する。

はじめに、漸近展開理論自体の課題である。例えば、本稿で紹介した漸近展開式には4次よりも大きいキュムラントが寄与する可能性がある。GC展開式の高次の項を見ると、3次、4次のキュムラントが何度も使われているためである。少なくとも、3、4次のキュムラントとそれ以上の高次のキュムラントのオーダー比較を行わなければ、GC展開

式を用いた99%点の算出方法が妥当か否かの議論はできないと考えられる。同様に、各次キュムラントのオーダーと漸近展開の収束性との関連なども検証すべきポイントと考えられる。

次に、リターン分布の歪みを捉えるために利用するヒストリカル・データの期間やその妥当性に関する課題である。すなわち将来のリターン分布を予測するのにヒストリカル・データをどのように利用すべきかという問題点である。これはリスクモデルを利用する上で常に考慮しなければならない問題でもあるといえる。

いずれの場合においても、リスクを過小評価することも過大評価することも望ましくない。そのためには客観的手法を用いてリスク値を適切に把握することが重要となる。本稿の分析もこのような適切なリスク値の把握を行う上でひとつの参考手法となることを願っている。